Université du Québec à Montréal
Département de mathématiques

Corrigé

MAT 2080	MÉTHODES STATISTIQUES
EXAMEN INTRA AUTOMNE 2003	
Date : Samedi 1er novembre 2003, de 14h00 à 17h00	

Nom :

Prénom :

Code permanent : **Groupe:**

INSTRUCTIONS

1. Prendre grand soin de ne pas désassembler les feuilles du présent cahier (7 pages + tables + formulaire), qui doit être remis en entier. Seuls l'annexe, le formulaire et les tables peuvent être détachés du cahier et n'ont pas à être retournés.
2. Par mesure de précaution, inscrire lisiblement votre nom au haut de chacune des pages 2 à 7.
3. Les solutions doivent être rédigées dans les espaces prévus. Ne pas négliger d'expliquer clairement votre démarche, de donner les détails de vos calculs et d'identifier clairement les variables considérées.
4. Si l'espace est insuffisant, indiquer clairement au correcteur que la solution se poursuit au verso de la page.
5. Tout texte de référence (manuel, notes de cours, notes personnelles, etc.) est interdit. ***Tout cas de plagiat ou de fraude sera soumis au Comité de discipline.***
6. Vous trouverez à la fin de ce cahier deux feuilles blanches, pour fins de calcul-brouillon.
7. L'usage d'une calculatrice est autorisé.
8. L'étudiant doit présenter sa carte d'étudiant (avec photo) lors de la remise de son cahier et signer la feuille de présence.

Grille à l'usage du correcteur

1	2	3	4	5	6
/15	/25	/25	/15	/10	/13

Note finale /100

Question 1 [10 + 2 + 3 *pts*]

On prend note du nombre de bureaux dans les **5** services d'une petite compagnie. Voici les résultats :

1 **2** **2** **4** **6**

1-a) Déterminer la *variance* de ces données

$$\bar{y} = \frac{1+2+2+4+6}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (6-3)^2}{5} = \frac{4+1+1+1+9}{5} = \frac{16}{5} = 3{,}2$$

Variance = $\boxed{3{,}2}$

1-b) Déterminer la *variance corrigée* de ces données

$$s^2 = \frac{16}{4} = 4$$

Variance corrigée = $\boxed{4}$

1-c) Quelle est la *médiane* de ces données?

Médiane = $\boxed{2}$

Problème 2 [10 + 10 + 5 *pts*]

Voici la distribution du nombre d'enfants *Y* dans une population de ménages:

Nombre d'enfants (y)	0	1	2	3	4	*Total*
Fréquence	0,55	0,2	0,05	0,1	0,1	1

2-a) Déterminer la moyenne arithmétique $\bar{y}$ de *Y*

$$\bar{y} = 0(0{,}55) + 1(0{,}2) + 2(0{,}05) + 3(0{,}1) + 4(0{,}1) = 1$$

$\bar{y}$ = $\boxed{1}$

2-b) Déterminer la *variance* σ_y^2 de *Y*

$$\sigma_y^2 = (0-1)^2(0{,}55) + (1-1)^2(0{,}2) + (2-1)^2(0{,}05) + (3-1)^2(0{,}1) + (4-1)^2(0{,}1) = 1{,}9$$

σ_y^2 = $\boxed{1{,}9}$

2-c) Déterminer la *médiane* de *Y*

Médiane = $\boxed{0}$

Problème 3 [15 + 10 *pts*]
Un grand lot de pièces électroniques contient **20 %** de pièces défectueuses.
3-a) Quelle est la probabilité qu'un échantillon de **12** pièces contienne exactement **2** pièces défectueuses?

Soit X le nombre de pièces défectueuses dans l'échantillon. Alors $X \sim \mathfrak{B}(12 ; 0{,}2)$.

$$\mathrm{P}(X=2) = \binom{12}{2}(0,2)^2(0,8)^{10} = 66(0,04)(0,8)^{10} = 0,2834678$$

Probabilité = $\boxed{0{,}2834678}$

3-b) Quelle est la probabilité qu'un échantillon de **12** pièces contienne *au moins* **2** pièces défectueuses?

$\mathrm{P}(X \geq 2) = 1 - \mathrm{P}(X \leq 1) = 1 - \{\mathrm{P}(X=0) + \mathrm{P}(X=1)\}$

$$= 1 - \left\{\binom{12}{0}(0,2)^0(0,8)^{12} + \binom{12}{1}(0,2)^1(0,8)^{11}\right\} = 1 - \{0{,}068719 + 0{,}206158\} = 1 - 0{,}27488$$

Probabilité = $\boxed{0{,}725122}$

Problème 4 [15 *pts*]
Une distributrice à café verse une quantité X de café dans chaque tasse, où $X \sim \mathfrak{N}(\mathbf{178} ; \mathbf{11^2})$. Le café déborde lorsque le montant versé est supérieur à **200 ml**. Quelle est la probabilité que le café déborde?

$$\mathrm{P}(\text{le café déborde}) = \mathrm{P}(X > 200) = P\left(\frac{X-178}{11} > \frac{200-178}{11}\right) = P\left(Z > \frac{22}{11}\right)$$

$= \mathrm{P}(Z > 2) = 0{,}0228$

Probabilité = $\boxed{0{,}0228}$

Problème 5 [10 *pts*]

Dans chacun des numéros suivants, on décrit une expérience et deux variables aléatoires, X et Y. Dites si X et Y sont indépendantes ou non.

a) On tire au hasard un échantillon de 2 ménages dans une rue, *sans* remise

X : Le revenu du premier ménage Y : Le revenu du deuxième ménage	X Dépendantes	Indépendantes

b) On tire au hasard un échantillon de 2 ménages dans une rue, *avec* remise

X : Le revenu du premier ménage Y : Le revenu du deuxième ménage	Dépendantes	X Indépendantes

c) On tire, *avec* remise, deux pommes dans un sac contenant 12 pommes.

X: Poids de la première pomme Y: Poids moyen des deux pommes	X Dépendantes	Indépendantes

d) On tire au hasard un échantillon de 5 boulons dans un lot, *avec* remise

X : Le nombre de boulons défectueux dans l'échantillon Y : Le nombre de boulons *non* défectueux dans l'échantillon	X Dépendantes	Indépendantes

e) Lundi prochain, vous noterez la température au centre-ville plusieurs fois au courant de la journée.

X: La température à 8h00 Y: La température à 8h10	X Dépendantes	Indépendantes

f) On tire *avec* remise 100 personnes dans une population

X: Le nombre de femmes dans l'échantillon Y: Le nombre d'hommes dans l'échantillon	X Dépendantes	Indépendantes

g) On tire au hasard une compagnie dans une liste des compagnies de la ville

X : Le nombre d'employés Y : La masse salariale	X Dépendantes	Indépendantes

h) On divise un quartier résidentiel en segments de rue de 500 mètres de longueur. Ensuite on tire au hasard un segment de rue

X : Le nombre de propriétés dans le segment de rue Y : La superficie moyenne des propriétés dans le segment de rue	X Dépendantes	Indépendantes

i) On tire au hasard une rue dans une grande ville, puis on tire *avec* remise deux ménages dans la rue choisie

X : Le revenu annuel du premier ménage Y : Le revenu annuel du deuxième ménage	X Dépendantes	Indépendantes

j) Lundi prochain, vous noterez la température dans votre jardin

X: La température dans un coin ombragé du jardin Y: La température dans un coin ensoleillé du jardin	X Dépendantes	Indépendantes

Problème 6 [13 *pts*]

Pour chacune des variables aléatoires X suivantes, déterminer la variance de X

a) Dans une usine on fait fonctionner **15** machines identiques. Les machines fonctionnent indépendamment l'une de l'autre, et chacune a une probabilité de **0,12** de tomber en panne en un jour donné.

X = le nombre de machines qui tombent en panne.

$X \sim \mathfrak{B}(15\,;\,0{,}12) \Rightarrow \sigma^2 = 15(0{,}12)(0{,}88) = 1{,}584$

$\sigma^2 = \boxed{1{,}584}$

b) Vous tirez une à une les vis d'un grand lot jusqu'au moment où vous tombez sur une vis de 1 cm. On sait que **20 %** des vis dans le lot sont de 1 cm.

X = le nombre de vis que vous aurez tirées quand vous trouverez une vis de 1 cm.

$$X \sim \mathfrak{G}(0{,}2) \Rightarrow \sigma^2 = \frac{q}{p^2} = \frac{0{,}8}{(0{,}2)^2} = 20$$

$\sigma^2 = \boxed{20}$

Problème 6 (*suite*)

c) **Trois** des **10** œufs que vous avez dans votre réfrigérateur sont gâtés. Vous faites une omelette avec **2** des **10** œufs.

X : nombre d'œufs gâtés dans votre omelette.

$X \sim \mathfrak{H}(2\ ;\ 3\ ;\ 7) \Rightarrow \sigma^2 = 2\frac{3}{10}\frac{7}{10}\frac{10-2}{10-1} = 0{,}37333$

$\sigma^2 = \boxed{0{,}37333}$

d) Un vendeur par téléphone décide qu'il terminera sa journée dès qu'il aura réussi **3** ventes. La probabilité qu'un appel donne lieu à une vente est **0,1**.

X : nombre d'appels qu'il fera avant de rentrer chez lui.

$X \sim \mathfrak{B}^{-}(3\ ;\ 0{,}1) \Rightarrow \sigma^2 = \frac{3(0{,}9)}{(0{,}1)^2} = 274$

$\sigma^2 = \boxed{274}$

e) On observe les arrivées au service d'urgence d'un hôpital un lundi après-midi. On sait que les lundis après-midi il y a en moyenne **80** arrivées durant la période de **14:00 à 17:00**

X = le nombre d'arrivées un lundi de **15:00 à 15:09**

$X \sim \mathfrak{P}(\lambda)$ où $\lambda = \frac{80(9)}{3(60)} = 4 \Rightarrow \sigma^2 = \lambda = 4$

$\sigma^2 = \boxed{4}$

f) On demande à un sujet de goûter **12** biscuits, dont **7** faits au beurre (les **5** autres sont faits à la margarine), et d'identifier les 7 biscuits au beurre. En fait il ne perçoit aucune différence et choisit au hasard 7 biscuits, qu'il dit être au beurre.

X = le nombre de biscuits au beurre correctement identifiés.

$X \sim \mathfrak{H}(7\ ;\ 7;\ 5) \Rightarrow \sigma^2 = 7\frac{7}{12}\frac{5}{12}\frac{12-7}{12-1} = 0{,}7734$

$\sigma^2 = \boxed{0{,}7734}$

Problème 6 (*suite*)

g) Un examen objectif comprend **25** questions, avec un choix de **5** réponses à chaque question. Un étudiant répond tout à fait au hasard.
X = le nombre de bonnes réponses.

$X \sim \mathfrak{B}(25 ; 1/5) \Rightarrow \sigma^2 = 25\frac{1}{5}\frac{4}{5} = 4$

$\sigma^2 = \boxed{4}$

h) Le poids des prunes d'un grand lot est une variable de moyenne **65 g** et d'écart-type **0,4 g**.
X = le poids de 12 prunes tirées au hasard

X est une somme, $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_{12}$ où chaque termes X_i est de variance $(0,4)^2 = 0,16$.

Donc $\sigma^2 = 0,16 + 0,16 + \ldots + 0,16 = 12(0,16) = 1,92$

$\sigma^2 = \boxed{1,92}$

i) Le poids des prunes d'un grand lot est une variable de moyenne **65 g** et d'écart-type **0,4 g**.
X = la moyenne du poids des prunes dans un paquet de **12** prunes.

$X = \dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_{12}}{12} \Rightarrow$

$\sigma^2 = \mathrm{Var}(X) = \dfrac{1}{(12)^2} Var(X_1 + X_2 + \ldots + X_{12}) = \dfrac{12(0,16)}{144} = 0,01333$

$\sigma^2 = \boxed{0,01333}$

*j) Le nombre d'erreurs dans **une** page est une variable de loi de Poisson de moyenne λ **= 0,5**.
X = le nombre de pages sans erreur parmi les **100** premières pages.

$X \sim \mathfrak{B}(100 ; p)$ où $p = e^{-0,5}$. Donc $\sigma^2 = 100(e^{-0,5})(1-e^{-0,5}) = 23,865$

$\sigma^2 = \boxed{23,865}$

* Boni

Problème 6 (*suite*)

*k) Vous achetez **5 boîtes** contenant chacune **4 vis**. Toutes les vis proviennent d'un très grand lot dans lequel **10 %** des vis sont défectueuses.

X = le nombre de boîtes dans lesquelles il y a moins de **2** vis défectueuses

$X \sim \mathfrak{B}(5\,;p)$ où p = P(une boîte contient moins de 2 vis défectueuses) = $\binom{4}{0}(0,1)^0(0,9)^4 + \binom{4}{1}(0,1)^1(0,9)^3 = 0,9477$. Donc $\sigma^2 = 5p(1\text{-}p) = 5(0,9477)(1\text{-}0,9477) = 0,24782355$

$\sigma^2 = \boxed{0,24782355}$

*l) **Cinq** couples nouvellement mariés ont, pour des raisons génétiques, une probabilité de **¼** d'avoir un enfant malade à chaque naissance. Ces couples auront chacun **2** enfants.

X = le nombre de couples dont les deux enfants seront malades

$X \sim \mathfrak{B}(5\,;1/16) \Rightarrow \sigma^2 = 5\frac{1}{16}\frac{15}{16} = 0,29297$

$\sigma^2 = \boxed{0,29297}$

m) Le prix d'une action de A et le prix d'une action de B ont chacun la même espérance mathématique et un écart-type de **10**. Les prix des deux actions sont des variables indépendantes.

X = la valeur totale d'un portefeuille constitué de **20** actions de A et **30** de B

Soit X_1 et X_2 les prix des deux actions. Alors $X = 20X_1+30X_2$ et donc $\sigma^2 = (20)^2\text{Var}(X_1) + (30)^2\text{Var}(X_2) = (400)(100)+(900)(100) = 130\,000$

$\sigma^2 = \boxed{130\,000}$

---

* Boni

Table de la loi normale

Surfaces à gauche du point z

z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
-4,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,90	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,80	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,70	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,60	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
-3,50	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,40	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,30	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005
-3,20	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0007	0,0007
-3,10	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010
-3,00	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0012	0,0012	0,0013	0,0013	0,0013
-2,90	0,0014	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
-2,80	0,0019	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026
-2,70	0,0026	0,0027	0,0028	0,0029	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0034	0,0035
-2,60	0,0036	0,0037	0,0038	0,0039	0,0040	0,0041	0,0043	0,0044	0,0045	0,0047
-2,50	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,40	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,30	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2,20	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,0122	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,10	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,00	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1,90	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1,80	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,70	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1,60	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,50	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,40	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,30	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,20	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,10	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,00	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0,90	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0,80	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,70	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,60	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,50	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,40	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,30	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,20	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,10	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
0,00	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000

Table de la loi normale

Surfaces à gauche du point z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,10	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,20	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,30	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,40	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,50	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,60	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,70	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,80	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,90	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,00	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,10	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,20	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,30	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,40	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,50	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,60	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,70	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,80	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,90	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,00	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,10	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,20	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,30	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,40	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,50	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,60	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,70	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,80	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,90	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,00	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,10	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,20	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,30	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,40	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,50	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,60	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,70	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,80	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,90	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Formulaire

1 *Moyenne arithmétique* : $\overline{y} = (1/n)\sum_{i=1}^{n} y_i$

pour une série de données et

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} y_i n_i = \sum_{i=1}^{p} y_i f_i$$

pour une distribution

2 *Variance* :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}{n}$$

pour une série de données et

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{p}(y_i - \overline{y})^2 f_i$$

pour une distribution.

Écart-type : racine carrée de la variance.

3 *Écart-type corrigé* :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\,\sigma\,.$$

4 *Covariance* : $\sigma_{xy} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{n}$;

covariance corrigée :

$$s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{n-1}$$

5 *Coefficient de corrélation* :

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}\,.$$

6 *Coefficients de la droite des moindres carrés* : $b_1 = \dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \dfrac{s_{xy}}{s_x^2}$, $b_0 = \overline{y} - b_1\overline{x}$.

7 $\hat{\sigma}_{y.x} = \sqrt{\dfrac{n-1}{n-2}}\,s_y\sqrt{1-r^2}$; $\hat{\sigma}_{b_1} = \dfrac{\hat{\sigma}_{y.x}}{\sqrt{n-1}\,s_x}$

8 *Intervalle de confiance pour* β_1 :

$$b_1 - 2\,\hat{\sigma}_{b_1} \le \beta_1 \le b_1 + 2\,\hat{\sigma}_{b_1}$$

9 *Statistique pour tester l'indépendance de deux variables quantitatives* : $Z = \dfrac{\sqrt{n-2}\,r}{\sqrt{1-r^2}}$

10 *Espérance mathématique* d'une variable aléatoire X : $E(X) = \mu = \sum_x x\,p(x)$.

11 *Variance* d'une variable aléatoire X :

$$\mathrm{Var}(X) = \sum_x (x - \mu_X)^2\,p(x)\,.$$

12 *Lois discrètes*

Distribution	*Modalités de X*	*Pr(X = x)*	*E(X)*	*Var(X)*
Binomiale $\mathfrak{B}(n\,;p)$	$x \in \{0, 1, \dots, n\}$	$\binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$
Poisson $\mathfrak{P}(\lambda)$	$x \in \{0, 1, 2, \dots\}$	$\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$	λ	λ
Hypergéométrique $\mathfrak{H}(n\,;N_1\,;N_2)$	$0 \le x \le N_1$ $0 \le n - x \le N_2$	$\dfrac{\binom{N_1}{x}\binom{N_2}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	np, $p = \dfrac{N_1}{N}$	$npq\dfrac{N-n}{N-1}$, $q = 1-p$
Géométrique $\mathfrak{G}(p)$	$x \in \{1, 2, \dots\}$	pq^{x-1}, $q = 1-p$	$\dfrac{1}{p}$	$\dfrac{q}{p^2}$
Binomiale négative $\mathfrak{B}^-(n\,;p)$	$x \in \{n, n+1, n+2, \dots\}$	$\binom{x-1}{n-1} p^n(1-p)^{x-n}$	$\dfrac{n}{p}$	$\dfrac{nq}{p^2}$
Multinomiale $\mathfrak{M}(n; p_1, \dots, p_k)$	$x_i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$	$\binom{n}{x_1,\dots,x_k} p_1^{x_1}\cdots p_k^{x_k}$	$E(X_i) = np_i$	$\mathrm{Var}(X_i) = np_i(1-p_i)$

13 Soit $X \sim \mathfrak{B}(n;p)$, $n > 30$, $np > 5$, $nq > 5$. Alors $X \sim \mathfrak{N}(np\,;npq)$, approximativement.

Brouillon

Brouillon